<u>FÍSICA APLICADA</u>

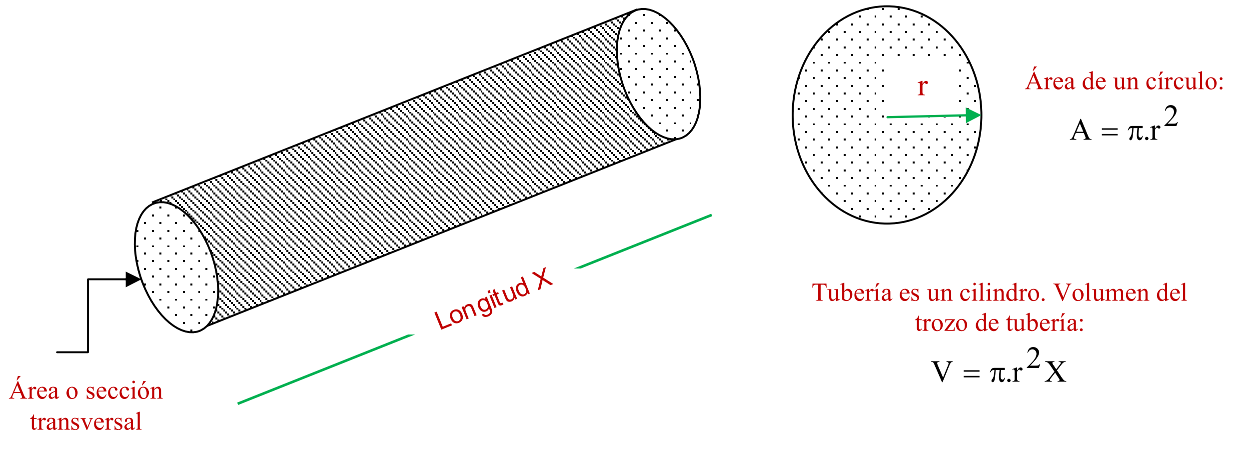
Unidad 5: Hidrodinámica

<u>Hidrodinámica</u>: Parte de la hidroneumática que estudia los fluidos en movimiento. Más allá de los conceptos, magnitudes y unidades vistos en la unidad de hidrostática, tales como presión, densidad, empuje y los principios de flotación, en esta unidad se agregarán dos conceptos fundamentales:

<u>Velocidad</u>: Las partículas de fluido se mueven atendiendo a los principios de la cinemática es decir, aplican las magnitudes llamadas velocidad, distancia, aceleración y tiempo. Interesa principalmente la primera de ellas, definida de la misma forma que en el MRU: $\boxed{v = \frac{X}{t}}$

La velocidad de un fluido se supone que tiene sentido cuando el flujo es definido, generalmente a través de tuberías y canales. Las velocidades aleatorias de fluidos en reposo o sometidos al azar no interesan.

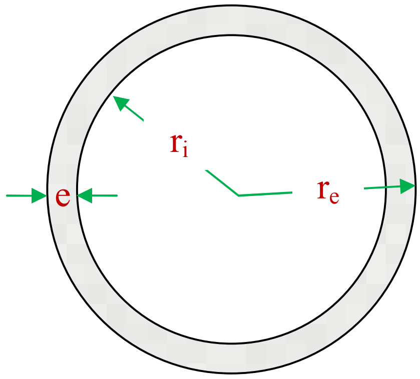
<u>Caudal</u>: Se define como el volumen V de fluido que pasa por una sección de tubería o canalización por unidad de tiempo t: $\boxed{Q = \frac{V}{t}}$. Nótese que tanto la velocidad como el volumen usan la letra v. Para evitar confusión, úsese la V mayúscula para el volumen y la v minúscula cursiva para la velocidad.
Las unidades de caudal son litro/seg, cm^3/seg, m^3/hora o cualquier otra equivalente. Puede hallarse una relación entre velocidad y caudal tomando en cuenta que una tubería tiene sección constante:



Tomando en cuenta las fórmulas mostradas en la figura, se tiene que $Q = \frac{A.X}{t}$, como $v = \frac{X}{t}$, entonces se encuentra la relación buscada: $\boxed{Q = A.v}$

Las tuberías reales suelen tener un diámetro externo (d_e) y un grosor o espesor (e). Ambas características definen un diámetro y un radio interior (d_i y r_i).
Como el radio es la mitad del diámetro:

$$r_e = d_e/2 \quad r_i = d_i/2 \quad r_i = r_e - e$$



El área interior es la que se utiliza para los cálculos de fluidos, ya que es la que realmente lo contiene, asumiendo que el fluido llena completamente la tubería. El área interna será: $\boxed{A_i = \pi . r_i^2}$

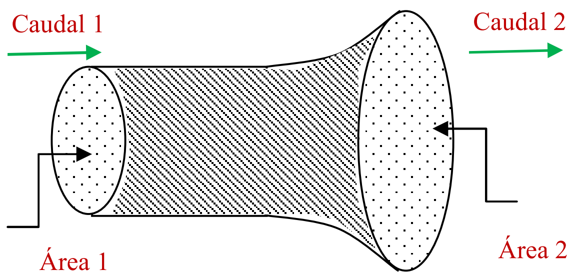
Ejemplo: Una tubería de 2 pulgadas de diámetro y 1 mm de espesor lleva agua que se mueve a 2 m/s. Determine el caudal que transporta en lt/min. ¿Cuánto tardaría en llenar un tanque de 1000 litros?

El diámetro que se suministra, el que se especifica en las tiendas es el externo. de= 2 pulg = 5,08 cm
Luego el radio externo es r_e = 5,08/2 = 2,54 cm. El radio interno es: r_i = 2,54 – 0,1 cm = 2,44 cm
El área interna se calcula: $A_i = \pi . 2{,}44^2 = 20{,}268$ cm^2. Se determina el caudal, llevando la velocidad a cm/seg
Q= 20,268 cm^2. 200 cm/seg = 4053,659 cm^3/seg. Como 1 litro son 1000 cc y 1 min = 60 seg,
Q = 4053,659*60/1000 = 243,219 lt/min
Usando regla de tres, alguna de las fórmulas dadas, o simple lógica se calcula que, para llenar un tanque de 1000 lts se necesitan $t = \frac{V}{Q} = \frac{1000}{243{,}219} = 4 \text{ min } 7 \text{ seg}$

Principio de Bernoulli (http://es.wikipedia.org/wiki/Flujo_en_tuber%C3%ADa)

Es muy simple. Si una cantidad de fluido entra por una sección de tubería, esa misma cantidad debe salir por otra, siempre y cuando:

- No existan pérdidas de masa (derivaciones, rupturas, fugas, etc.)
- La densidad del fluido sea constante
- El fluido no se pueda comprimir



Se asumirá que las condiciones se cumplen, lo cual normalmente ocurre cuando se transporta agua, aceite, etc. Una situación típica para aplicar el principio de Bernoulli es cuando una tubería se ensancha o se estrecha. El caudal que entra por uno de los lados tiene necesariamente que ser igual al que sale por el otro (dadas las condiciones previamente presentadas). En términos de ecuaciones:
$Q_1 = Q_2$, es decir:
$A_1 . v_1 = A_2 . v_2$

Ejemplo: Por una tubería de 1 ½ pulgada y 1,2 mm de espesor pasa agua a 6 m/s. Más adelante la tubería se ensancha a 2 ½ pulgadas y 1,4 mm de espesor. Calcule la velocidad de salida y el caudal que pasa por la tubería en m^3/h.

d_{e1} = 1,5 pulg ; r_{e1} = 1,5/2 = 0,75 pulg = 1,905 cm ; r_{i1} = 1,905 - 0,12 = 1,785 cm ; $A_1 = \pi.1{,}785^2 = 10{,}01\ cm^2$.
d_{e2} = 2,5 pulg ; r_{e2} = 2,5/2 = 1,25 pulg = 3,175 cm ; r_{i2} = 3,175 - 0,14 = 3,035 cm ; $A_2 = \pi.\ 3{,}035^2 = 28{,}94\ cm^2$.
La velocidad 1 se transforma: v_1 = 600 cm/seg

Se calcula la velocidad 2 despejando: $v_2 = \dfrac{A_1 . v_1}{A_2} = \dfrac{10{,}01.600}{28{,}94} = 207{,}54$ cm/s = 2,0754 m/s

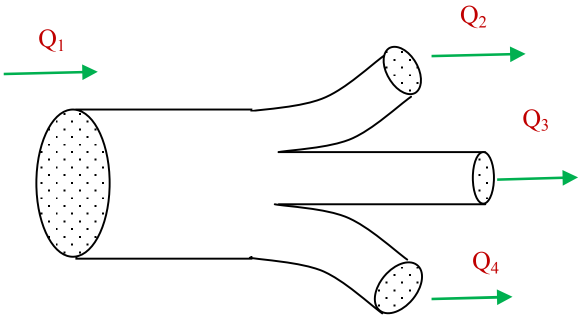
El caudal Q se calcula en cualquiera de los dos lados: $Q = A_1 . v_1 = A_2 . v_2 = 10{,}01\ cm^2 . 600$ cm/s

$Q = 6005{,}89\ cm^3/seg$, como $1\ m^3 = 1000000\ cm^3$ y 1 hora = 3600 seg, $Q = 6005{,}89 . \dfrac{3600}{1000000}$

$Q = 21{,}62\ m^3/h$

Aplicación: Ramales en tuberías

Se utilizarán los sencillos principios estudiados para calcular velocidades y caudales en tuberías que se dividen en ramales secundarios. Aplicando el principio de conservación de la masa se tiene que el caudal no se puede perder, si hay división de tuberías, como se muestra en la figura, entonces $Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4$. La fórmula se puede generalizar para cualquier número de ramales, incluso para más de una entrada.



Ejemplo: Una tubería de 4" Φ (4 pulgadas de diámetro) transporta agua a una velocidad de 7 m/s y se divide en dos ramales, uno de 3" Φ y otro de 2" Φ. Se mide la velocidad en el ramal mayor y se obtiene 10 m/s. Calcule:

- Los caudales por cada una de las 3 tuberías
- La velocidad del agua por el ramal menor
- Si se usa el ramal mayor para llenar una piscina de 10 m de largo, 5 metros de ancho y 3 m de profundidad. ¿Cuánto tardaría en llenarla?

Asuma que todos los tubos tienen 2 mm de espesor.

Primero se calculan todos los radios y áreas internas. Se llamará "A" a la tubería principal, "B" al ramal menor y "C" al mayor. Se tiene entonces (todos los cálculos se muestran a 2 decimales, pero se hacen con mayor precisión):
d_{eA} = 4 pulg ; r_{eA} = 4/2 = 2 pulg = 5,08 cm ; r_{iA} = 5,08 - 0,2 = 4,88 cm ; $A_A = \pi.4{,}88^2 = 74{,}82\ cm^2$.
d_{eB} = 2 pulg ; r_{eB} = 2/2 = 1 pulg = 2,54 cm ; r_{iB} = 2,54 - 0,2 = 2,34 cm ; $A_B = \pi.2{,}34^2 = 17{,}20\ cm^2$.
d_{eC} = 3 pulg ; r_{eC} = 3/2 = 1,5 pulg = 3,81 cm ; r_{iC} = 3,81 - 0,2 = 3,61 cm ; $A_C = \pi.3{,}61^2 = 40{,}94\ cm^2$.
v_A = 7 m/s = 700 cm/s. v_C = 10 m/s = 1000 cm/s.
Q_A = 74,82 . 700 = 52370,60 cm^3/seg ; Q_C = 40,94 . 1000 = 40941,55 cm^3/seg ; Para que se cumpla la conservación de la masa, $Q_B = Q_A - Q_C$ = 52370,60 cm^3/seg - 40941,55 cm^3/seg = 11429,05 cm^3/seg.

Conociendo el caudal B se calcula su velocidad de salida: $v_B = \dfrac{Q_B}{A_B} = \dfrac{11429{,}05}{17{,}20} = 664{,}40$ cm/seg

Volumen de la piscina: V= 10 . 5 . 3 = 150 m^3 =150000000 cm^3. $t = \dfrac{V}{Q_B} = \dfrac{150000000}{664{,}40} = 225768{,}15$ seg

Convirtiendo a sexagesimal, el tiempo necesario será: 62 horas, 42 minutos y 48 segundos

Profesor Carlos Utrera
Noviembre 2010